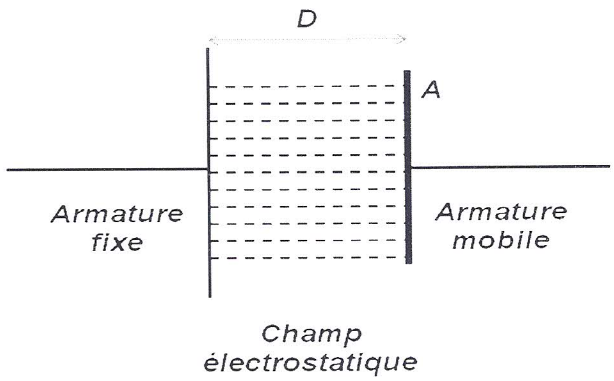
CHAPITRE 7 : LES CAPTEURS CAPACITIFS

7.1 PRINCIPES ET CARACTERISTIQUES GENERALES

Ce sont des condensateurs plans ou cylindriques dont une des armatures est fixe et l'autre est mobile. Le mouvement de cette dernière entraine une variation de la capacité.

7.1.1 <u>Les condensateurs plans :</u>



Si on néglige les effets de bords, la capacité est donnée par la relation : $\mathbf{C} = \dfrac{\mathbf{K}.\varepsilon_0.\mathbf{A}}{\mathbf{D}}$

tq C : capacité (Farad)

A : surface en regard des plaques (m^2)

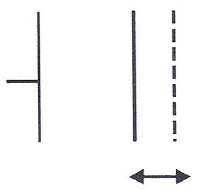
D : distance entre les plaques (m)

K (ou ε_r) : cte diélectrique (permittivité) relative au milieu placé entre les armatures, $K = 1$ pour l'air

ε_0 : cte de proportionnalité = $8{,}85.10^{-12}$ F/m

Dans le cas d'un condensateur plan, le déplacement de l'armature peut s'effectuer :

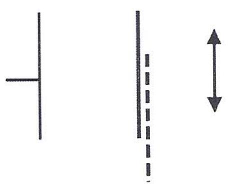
<u>Perpendiculairement à son propre plan</u>



A cte, D variable

Condensateurs à écartement variable

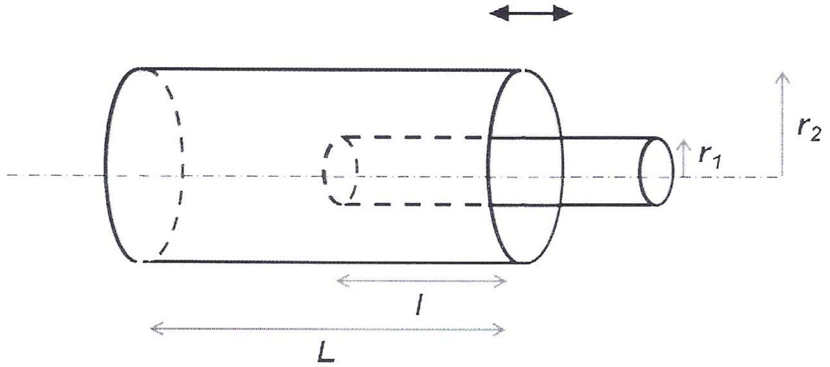
<u>Sur son propre plan</u>



A variable, D cte

Condensateurs à surface variable

7.1.2 Les condensateurs cylindriques :



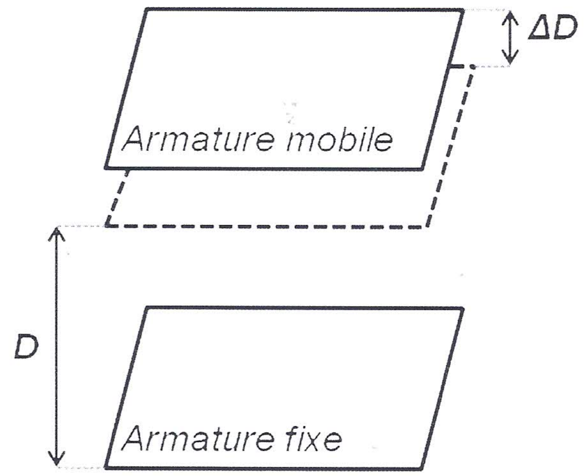
Un condensateur cylindrique est formé de 2 cylindres coaxiaux de même longueur L.
Le cylindre extérieur (de rayon r_2) est fixe alors que le cylindre intérieur (de rayon r_1) se déplace horizontalement.
La valeur de la capacité est donnée par la relation : $\mathbf{C} = \dfrac{2\Pi.\mathbf{K}.\varepsilon_0.\mathbf{l}}{\log\left(\dfrac{\mathbf{r_2}}{\mathbf{r_1}}\right)}$

Où **l** représente l'enfoncement du cylindre intérieur dans le cylindre extérieur.

7.2 LES CONDENSATEURS A ECARTEMENT VARIABLE

Ce ne sont que des condensateurs plans.

7.2.1 Le condensateur unique :



Il est composé de 2 armatures : une fixe et l'autre mobile.
A l'état initial, l'armature mobile est à une distance D de l'armature fixe. Ensuite, elle se déplace de ΔD, calculons la variation de la capacité dans ce cas :
La capacité à la position initiale : C(D)
La capacité à la position finale : C(D+ΔD)
La variation de la capacité est donc : $\mathbf{\Delta C = C(D+\Delta D) - C(D)}$

$$= \frac{\mathbf{K}.\varepsilon_0.\mathbf{A}}{\mathbf{D}+\Delta\mathbf{D}} - \frac{\mathbf{K}.\varepsilon_0.\mathbf{A}}{\mathbf{D}}$$

$$= -\frac{\mathbf{K}.\varepsilon_0.\mathbf{A}.\Delta\mathbf{D}}{\mathbf{D}(\mathbf{D}+\Delta\mathbf{D})}$$

On remarque que ΔC est non linéaire en fonction de ΔD.
Pareil pour $\Delta C/C$ qui n'est pas linéaire non plus en fonction de $\Delta D/D$:

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{-\dfrac{K.\varepsilon_0.A.\Delta D}{D(D+\Delta D)}}{\dfrac{K.\varepsilon_0.A}{D}} = -\frac{\dfrac{\Delta D}{D}}{1+\dfrac{\Delta D}{D}}$$

Ainsi, pour éviter d'employer un capteur capacitif avec un signal non linéaire, on mesure plutôt la variation d'impédance $Z_c = -j/WC$.
La variation d'impédance est donc : $\Delta Z_c = Z_C(D+\Delta D) - Z_C(D)$

$$= -\frac{j}{W}\left[\frac{D+\Delta D}{K.\varepsilon_0.A}\right] + \frac{j}{W}\left[\frac{D}{K.\varepsilon_0.A}\right]$$

$$= -\frac{j}{W}\frac{\Delta D}{K.\varepsilon_0.A}$$

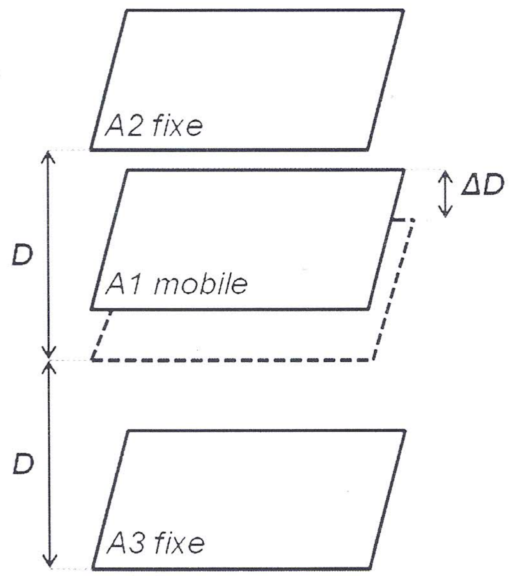
La variation relative d'impédance est :

$$\frac{\Delta Z_C}{Z_C} = \frac{-\dfrac{j}{W}\dfrac{\Delta D}{K.\varepsilon_0.A}}{-\dfrac{j}{W}\dfrac{D}{K.\varepsilon_0.A}} = \frac{\Delta D}{D}$$

C'est une relation linéaire. Nous avons même une égalité entre la variation relative d'impédance et la variation relative de l'écartement entre les armatures du condensateur.

Remarque : Le principe de mesure le plus adéquat est celui qui assure la meilleure linéarité entre le déplacement et le signal de mesure. Ce signal peut être ΔC ou $\Delta C/C$ ou ΔZ ou $\Delta Z/Z$.

7.2.2 Le condensateur double différentiel :



Il est formé par 3 armatures : 2 fixes (A2 et A3) et 1 mobile (A1). Nous mesurons donc, à chaque fois, 2 capacités $C_{1\text{-}2}$ (entre les armatures A1 et A2) et $C_{1\text{-}3}$ (entre A1 et A3).

A l'état initial, l'armature mobile A1 est à égale distance (D) des 2 armatures fixes A2 et A3. Ensuite, elle se déplace de ΔD par rapport à sa position initiale. Calculons la variation de capacité :

A l'état initial, nous avons : $\mathbf{C} = \dfrac{\mathbf{K}.\varepsilon_0.\mathbf{A}}{\mathbf{D}} = \mathbf{C}_{1-2} = \mathbf{C}_{1-3}$

Après déplacement de l'armature mobile A1 de ΔD, nous avons :

$$\mathbf{C}_{1-2} = \frac{\mathbf{K}.\varepsilon_0.\mathbf{A}}{\mathbf{D}-\Delta\mathbf{D}} = \frac{\mathbf{K}.\varepsilon_0.\mathbf{A}}{\mathbf{D}} \frac{1}{1-\dfrac{\Delta\mathbf{D}}{\mathbf{D}}} = \frac{\mathbf{C}}{1-\dfrac{\Delta\mathbf{D}}{\mathbf{D}}}$$

$$\mathbf{C}_{1-3} = \frac{\mathbf{K}.\varepsilon_0.\mathbf{A}}{\mathbf{D}+\Delta\mathbf{D}} = \frac{\mathbf{K}.\varepsilon_0.\mathbf{A}}{\mathbf{D}} \frac{1}{1+\dfrac{\Delta\mathbf{D}}{\mathbf{D}}} = \frac{\mathbf{C}}{1+\dfrac{\Delta\mathbf{D}}{\mathbf{D}}}$$

Ainsi C_{1-2} et C_{1-3} ne sont pas linéaires en fonction de ΔD.
Ce n'est pas le cas non plus pour C_{1-2}/C et C_{1-3}/C en fonction de ΔD. Comme pour le cas du condensateur unique, on passe plutôt au mesure de la variation d'impédance :

$$\frac{\mathbf{Z}_{1-3}}{\mathbf{Z}_{1-2}+\mathbf{Z}_{1-3}} = \frac{-\dfrac{\mathbf{j}}{\mathbf{WC}_{1-3}}}{-\dfrac{\mathbf{j}}{\mathbf{WC}_{1-2}}-\dfrac{\mathbf{j}}{\mathbf{WC}_{1-3}}} = \frac{\mathbf{C}_{1-2}}{\mathbf{C}_{1-2}+\mathbf{C}_{1-3}} = \frac{\dfrac{\mathbf{C}}{1-\dfrac{\Delta\mathbf{D}}{\mathbf{D}}}}{\dfrac{\mathbf{C}}{1+\dfrac{\Delta\mathbf{D}}{\mathbf{D}}}+\dfrac{\mathbf{C}}{1-\dfrac{\Delta\mathbf{D}}{\mathbf{D}}}}$$

Ainsi

$$\frac{\mathbf{Z}_{1-3}}{\mathbf{Z}_{1-2}+\mathbf{Z}_{1-3}} = \frac{1}{2}\left(1+\frac{\Delta\mathbf{D}}{\mathbf{D}}\right)$$

De même :

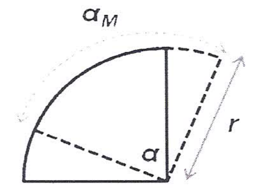
$$\frac{Z_{1-2}}{Z_{1-2}+Z_{1-3}} = \frac{1}{2}\left(1-\frac{\Delta D}{D}\right)$$

Nous avons donc obtenu 2 relations linéaires entre les variations relatives d'impédance et la variation relative de l'écartement entre les armatures.

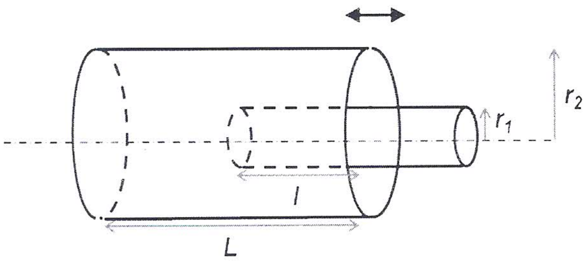
7.3 LES CONDENSATEURS A SURFACE VARIABLE

Ce sont des condensateurs plans ou cylindriques.

7.3.1 Le condensateur unique :



Condensateur plan rotatif



Condensateur cylindrique à déplacement rectiligne

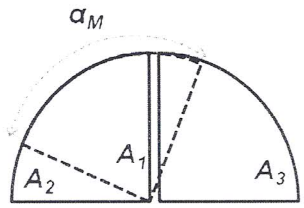
Nous avons :

Pour le condensateur plan : $\mathbf{C} = \dfrac{\Pi.\mathbf{K}.\varepsilon_0.\mathbf{r}^2}{\mathbf{D}.360°}\alpha$ (*)

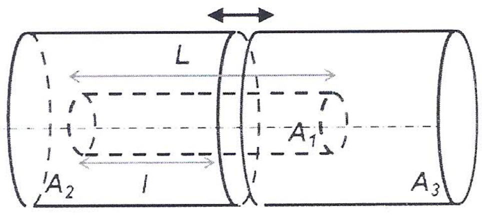
Pour le condensateur cylindrique : $\mathbf{C} = \dfrac{2\Pi.\mathbf{K}.\varepsilon_0}{\log\left(\dfrac{\mathbf{r}_2}{\mathbf{r}_1}\right)}\mathbf{l}$ (**)

Nous remarquons, ainsi, que dans les 2 cas, la capacité varie linéairement en fonction du déplacement **x** : $C(\mathbf{x})=C_0\mathbf{x}$ tel que $\mathbf{x}=\alpha$ pour le condensateur plan et $\mathbf{x}=\mathbf{l}$ pour le condensateur cylindrique. C_0 est une constante.

7.3.2 Le condensateur double différentiel :



Condensateur plan double différentiel rotatif



Condensateur cylindrique double différentiel à déplacement rectiligne

Les armatures A_2 et A_3 sont fixes alors que l'armature A_1 est mobile.
Les relations (*) et (**) restent valables.
Soit **X** le déplacement maximal de l'armature A_1 :

$\mathbf{X} = \alpha_M/2$ pour le condensateur plan

$\mathbf{X} = L/2$ pour le condensateur cylindrique

On pose :

$$\begin{cases} C_1 = \dfrac{\Pi.K.\varepsilon_0.r^2}{360°.D}\dfrac{\alpha_M}{2} = C_0.X & \text{pour le condensateur plan} \\[2ex] C_1 = \dfrac{2\Pi.K.\varepsilon_0}{\log\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)}\dfrac{L}{2} = C_0.X & \text{pour le condensateur cylindrique} \end{cases}$$

Ainsi, après un déplacement $\Delta\mathbf{x}$, nous avons :

$$\mathbf{C}_{1-2} = \mathbf{C}_0(\mathbf{X}+\Delta\mathbf{x}) = \mathbf{C}_0.\mathbf{X}.\left(1+\frac{\Delta\mathbf{x}}{\mathbf{X}}\right) = \mathbf{C}_1\left(1+\frac{\Delta\mathbf{x}}{\mathbf{X}}\right)$$

$$\mathbf{C}_{1-3} = \mathbf{C}_0(\mathbf{X}-\Delta\mathbf{x}) = \mathbf{C}_0.\mathbf{X}.\left(1-\frac{\Delta\mathbf{x}}{\mathbf{X}}\right) = \mathbf{C}_1\left(1-\frac{\Delta\mathbf{x}}{\mathbf{X}}\right)$$

Et

$$\frac{\mathbf{Z}_{1-3}}{\mathbf{Z}_{1-2}+\mathbf{Z}_{1-3}} = \frac{\mathbf{C}_{1-2}}{\mathbf{C}_{1-2}+\mathbf{C}_{1-3}} = \frac{1}{2}\left(1+\frac{\Delta\mathbf{x}}{\mathbf{X}}\right)$$

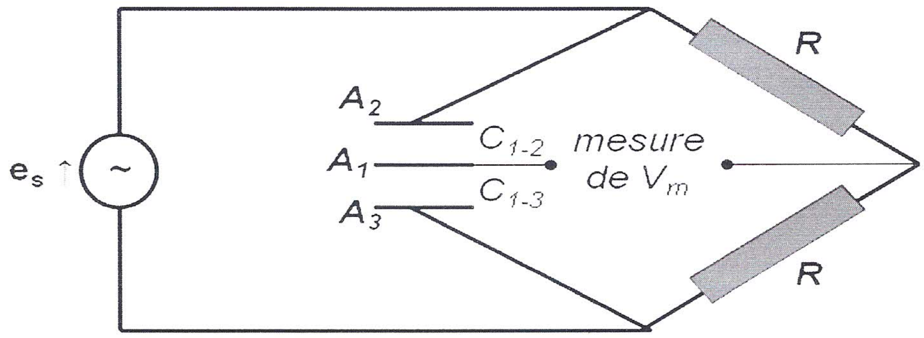
$$\frac{\mathbf{Z}_{1-2}}{\mathbf{Z}_{1-2}+\mathbf{Z}_{1-3}} = \frac{\mathbf{C}_{1-3}}{\mathbf{C}_{1-2}+\mathbf{C}_{1-3}} = \frac{1}{2}\left(1-\frac{\Delta\mathbf{x}}{\mathbf{X}}\right)$$

Ce sont 2 relations linéaires

7.4 LES METHODES DE MESURE DES VARIATIONS DE CAPACITE

Il existe plusieurs méthodes pour la mesure des variations de capacité

7.4.1 Pont de Sauty et condensateur double différentiel :



Trouvons une relation linéaire entre V_m et $\Delta\mathbf{x}$?
En appliquant la loi des mailles, on a :

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_{1-2}\mathbf{i}_2 + \mathbf{V}_m - \mathbf{R}\mathbf{i}_1 = 0 & \textbf{(a)} \\ \mathbf{Z}_{1-3}\mathbf{i}_2 - \mathbf{R}\mathbf{i}_1 - \mathbf{V}_m = 0 & \textbf{(b)} \end{cases}$$

$$\textbf{(b)} - \textbf{(a)} \Rightarrow \mathbf{V}_m = \frac{1}{2}(\mathbf{Z}_{1-3} - \mathbf{Z}_{1-2})\mathbf{i}_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{-\mathbf{j}}{\mathbf{WC}_{1-3}} + \frac{\mathbf{j}}{\mathbf{WC}_{1-2}}\right)\mathbf{i}_2$$

$$= \frac{\mathbf{j}}{2}\left(\frac{\mathbf{C}_{1-3} - \mathbf{C}_{1-2}}{\mathbf{WC}_{1-3}\mathbf{C}_{1-2}}\right)\mathbf{i}_2 \quad \textbf{(c)}$$

D'autre part, $$\mathbf{i}_2 = \frac{\mathbf{e}_s}{\mathbf{Z}_{1-3} + \mathbf{Z}_{1-2}} = -\frac{\mathbf{e}_s}{\mathbf{j}}\frac{\mathbf{C}_{1-3}.\mathbf{C}_{1-2}}{\mathbf{C}_{1-2} + \mathbf{C}_{1-3}}\mathbf{W} \quad \textbf{(d)}$$

En remplaçant (d) dans (c), on obtient :

$$\mathbf{V}_m = \frac{\mathbf{e}_s}{2}\left(\frac{\mathbf{C}_{1-2} - \mathbf{C}_{1-3}}{\mathbf{C}_{1-2} + \mathbf{C}_{1-3}}\right)$$

Et comme $$\mathbf{C}_{1-2} = \mathbf{C}_1\left(1 + \frac{\Delta\mathbf{x}}{\mathbf{X}}\right)$$

$$\mathbf{C}_{1-3} = \mathbf{C}_1\left(1 - \frac{\Delta\mathbf{x}}{\mathbf{X}}\right)$$

Alors

$$V_m = \frac{e_s}{2}\frac{\Delta x}{X}$$

Avec ce type de montage, nous avons trouvé une relation linéaire entre le déplacement de l'armature du condensateur et une certaine tension qui est une grandeur plus facile à mesurer.