

## Chapitre II :

## systèmes de numération et codage.

Les systèmes de numération les plus connus sont :

- le décimal
- le binaire
- l'hexadécimal
- l'octal.

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} a_i b^i \quad ; \quad b : \text{base} \quad ; \quad a_i = 0, \dots, b-1$$

Le binaire est la forme la plus simple car elle représente seulement deux états : 0, 1.

C'est la forme la plus adaptée à l'électronique numérique.

Pour l'hexadécimal on a 16 symboles : 0, ..., 9, A, ..., F.

Décimal	binaire	hexadécimal
0	0	0
1	1	1
2	10	2
3	11	3
4	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

Pour convertir un nombre décimal à une base quelconque on procède par division successive du nombre en question par rapport à la base.

Pour convertir un nombre de l'hexadécimal au binaire :

$$F P F F \rightarrow 1111 \quad 1111 \quad 1111 \quad 1111$$



## Rappel sur l'algèbre de boole :

Le complément  $\bar{x} \rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 0 & \text{si } x = 1 \\ \bar{x} = 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

L'addition entre deux variables :

$\begin{cases} A + B = 1 & : \text{ si } A \text{ ou } B \text{ ou } A \text{ et } B \text{ sont égaux à } 1 \\ A + B = 0 & : \text{ si } A \text{ et } B \text{ sont égaux à } 0 \end{cases}$

Le produit de deux variables :

$\begin{cases} A \cdot B = 1 & , \text{ si } A \text{ et } B \text{ sont égaux à } 1 \\ A \cdot B = 0 & : \text{ sinon} \end{cases}$

## Propriétés des circuits logiques élémentaires :

$\bar{\bar{A}} = A$  ,  $A \cdot A = A$  ,  $A + A = A$  ,  $A \cdot \bar{A} = 0$  ,  $A + \bar{A} = 1$

$A \cdot 0 = 0$  ,  $A + 1 = 1$

## Théorèmes d'absorption :

1°  $A + AB = A$

2°  $A(A+B) = A$

3°  $A + \bar{A}B = A + B$

## Théorèmes de DE MORGAN :

1°  $\overline{A+B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

2°  $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

## Simplification de fonctions logiques :

1° Méthode Algébrique

2° Méthode utilisant le tableau de Karnaugh

\* La méthode algébrique :

Cette méthode présente deux inconvénients :

- C'est une méthode intuitive

- Elle ne donne pas nécessairement la formule la plus simplifiée

$$X = B\bar{C}D + A\bar{B} + ABC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{D} + \bar{B}C\bar{D}$$

$$= CD + A\bar{C} + A\bar{B} + A\bar{D}$$

$$= CD + A(\bar{C} + \bar{B} + \bar{D})$$

$$Y = A + CD + A\bar{B}$$

$$= A + CD$$



## La méthode utilisant le tableau de Karnaugh :

Le tableau de Karnaugh est une forme particulière d'une table de vérité :

C'est un tableau divisé en  $2^n$  cases,  $n$  étant le nombre de variables dans chaque case on met soit 0, soit 1.

L'ordre des variables en abscisses et en ordonnées est tel que lorsqu'on passe d'une case à la case adjacente une seule variable change.

Cas de deux variables A et B :  $n=2 \rightarrow 4$  cases

	B \ A	0	1
0			
1			

Cas de trois variables A, B et C :  $n=3 \rightarrow 8$  cases

	C \ AB	00	01	11	10
0					
1					

ou

	B \ AC	00	01	11	10
0					
1					

La simplification d'une expression logique peut se faire à l'aide du TK en effectuant des groupements de cases (1 case : pas de simplification, 2 cases, 4 cases, ...)  $2^i$  ;  $i \in \mathbb{N}$ ).

	C \ AB	00	01	11	10
0		1	0	0	1
1		1	0	0	1

	C \ AB	00	01	11	10
0		0	1	1	0
1		0	0	0	0