

Tests d'Hypothèses

Exercice 1

Des plaignants ont poursuivi en justice le Ministère de la Santé suite à une campagne de vaccination menée sur des enfants et ayant entraîné des dommages fonctionnels irréversibles pour certains d'entre eux. Ce vaccin était connu pour entraîner ce type de dommages en de très rares circonstances. Des études antérieures menées dans d'autres pays ont montré que ce risque était en moyenne d'un cas sur 310 000 vaccinations. Les plaignants avaient été informés de ce risque et l'avaient accepté. Les doses de vaccin ayant provoqué les dommages objet de la plainte provenaient d'un lot ayant servi à vacciner un groupe de 300 533 enfants. Dans ce groupe, 4 cas de dommages ont été détectés.

1. On modélise l'évènement "le vaccin provoque des dommages fonctionnels irréversibles sur l'enfant i " par une variable aléatoire de Bernouilli X_i de paramètre p . Quelle est la valeur de p_0 correspondant aux résultats des études antérieures ?
2. Justifier qu'on peut modéliser la loi du nombre N de cas de dommages par une loi de Poisson de paramètre θ . Quelle est la valeur θ_0 correspondant aux résultats des études antérieures ?
3. L'hypothèse nulle $H_0 = \{p = p_0\}$ correspond au risque que les plaignants avaient accepté, l'hypothèse alternative étant $H_1 = \{p > p_0\}$. Construire un test à partir de la variable N . Donner le risque de première espèce de ce test. Accepte-t-on H_1 au seuil de 5% ?

Exercice 2 (Examen ENIT 2016)

Un ancien procédé de fabrication d'écrans plats produit des écrans dont la durée de vie suit une loi normale de moyenne 10000 heures et d'écart-type 1200 heures. Un nouveau procédé est mis en place sur une autre chaîne. On admet que la durée de vie suit aussi une loi normale. Sur un échantillon de 100 écrans issus de cette nouvelle chaîne, la durée de vie moyenne est de 10300 heures.

Pour un seuil de signification $\alpha = 0.05$, le nouveau procédé est-il différent de l'ancien, en terme de durée de vie moyenne des écrans ? Justifier votre réponse.