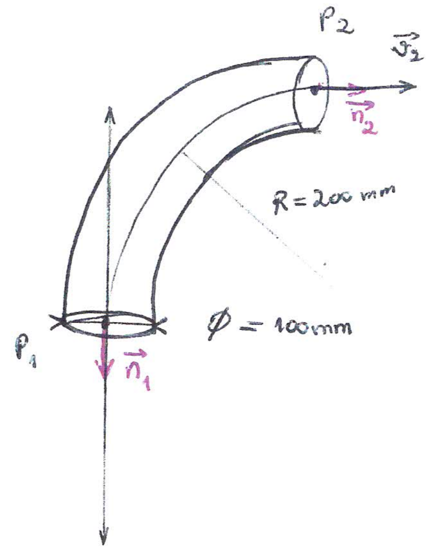
Série 4

MF

Exercice 1:

$D_c \longrightarrow \Sigma_c = S_1 + S_2 + S_L$



$$\underbrace{\int_{\Sigma} \rho \vec{v}(\vec{v}.\vec{n})\,ds}_{(I)} = \underbrace{\int_{D_c} \rho \vec{g}\, dV}_{(II)} + \underbrace{\int_{\Sigma_c} \tau.\vec{n}\,ds}_{(III)} + \underbrace{\int_{\Sigma_c} P.\vec{n}\,ds}_{(IV)}$$

$(I) = \rho Q (\vec{v_2} - \vec{v_1})$

$(II) = \rho V \vec{g}$

$(III) = \int_{S_L} \tau.\vec{n}\,ds$

$(IV) = -P_1 S_1 \vec{n_1} - P_2 S_2 \vec{n_2} - \int_{S_L} P\vec{n}\,ds$

$$\rho Q(\vec{v_2} - \vec{v_1}) = \rho V\vec{g} + \underbrace{\int_{S_L} \tau.\vec{n}\,ds - \int_{S_L} -P\,\vec{n}\,ds}_{\vec{F}_{coude \to eclt}} - P_1 S_1 \vec{n_1} - P_2 S_2 \vec{n_2}$$

$\vec{F}_{coude \to eclt} = -\vec{F}_{eclt \to coude}$

action/R°

$$\vec{F}_{eclt \to coude} = \rho Q(\vec{v_1} - \vec{v_2}) + \rho V\vec{g} - P_1 S_1 \vec{n_1} - P_2 S_2 \vec{n_2}$$

$P_2 = P_1 + \rho g (z_2 - z_1) \Rightarrow P_2 \approx P_1$

Si le fluide est parfait,

Th. de Bernoulli $H_1 = H_2$ $\quad \dfrac{v_1^2}{2g} + \dfrac{P_1}{\rho g} + z_1 = \dfrac{v_2^2}{2g} + \dfrac{P_2}{\rho g} + z_2$

$$\vec{F} = -\left[7{,}144\,\vec{n_2} + 6{,}985\,\vec{n_1}\right] \text{ kN}$$

Exercice 2 : Réaction d'une lance incendie :

* Diamètre intérieur $D_1 = 3\,cm = 3.10^{-2}\,m$

$\varphi = 40\,l/s$: débit $\quad D_2 = \frac{D_1}{2} = 1,5.10^{-2}\,m$

1. Pression à l'entrée de l'embout

l'écoulement est permanent $\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} = 0$

On suppose que le fluide est incompressible et parfait alors le th. de Bernoulli s'écrit : $H_1 = H_2$

$$\Leftrightarrow \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2 \qquad P_2 = P_{atm}$$

mais la lance incendie est horizontale $\Rightarrow z_1 = z_2 = 0$

d'où

$$P_1 = \rho g \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \right) + P_{atm}$$

or la conservation du débit donne $\varphi_1 = \varphi_2 \Leftrightarrow \frac{v_1}{S_1} = \frac{v_2}{S_2}$

$\Rightarrow v_1 = \frac{\varphi}{S_1}$ et $v_2 = \frac{\varphi}{S_2}$

ainsi

$$P_1 = \frac{1}{2}\rho \left(\frac{\varphi^2}{S_2^2} - \frac{\varphi^2}{S_1^2} \right) + P_{atm}$$

$$P_1 = \frac{1}{2}\rho \, \frac{\varphi^2 (S_1^2 - S_2^2)}{(S_1 S_2)^2} + P_{atm}$$

A.N

$S_1 = \pi \left(\frac{D_1}{2}\right)^2 = 4 S_2 \simeq 7,07.10^{-4}\,m^2 = 4 S_2 = \cancel{\pi\left(\frac{D_2}{2}\right)^2} = \pi\left(\frac{D_1}{4}\right)^2 =$

$S_2 = 1,77\,m^2$

$v_1 = \frac{40}{7,07}.10^4 = 5,66.10^4\,m.s^{-1}$

$v_2 = \frac{40}{1,77}.10^4 = 22,6\,m.s^{-1}$

$\Rightarrow P_1 = P_{atm} + 15,3$ bars

$P_1 = 16,3$ bars $= 16,3.10^5$ Pascal

2. $\vec{F}_{\text{vis}\rightarrow\text{embout}}$?

On considère le volume de contrôle limité par $\Sigma_c = S_1 + S_2 + S_L$

On applique le th. d'euler

$$\int_{\Sigma_c} \rho \vec{v}(\vec{v}.\vec{n})\,dS = \int_{D_c} \rho \vec{g}\,dV - \int_{\Sigma_c} P.\vec{n}\,dS + \int_{\Sigma_c} \bar{\bar{\sigma}}.\vec{n}\,dS$$

$$\int_{\Sigma_c} \rho \vec{v}(\vec{v}.\vec{n})\,dS = \int_{S_1} \rho \vec{v}(\vec{v}.\vec{n}_1)\,dS + \int_{S_2} \rho \vec{v}(\vec{v}.\vec{n}_2)\,dS + \cancel{\int_{S_L} \rho \vec{v}(\vec{v}.\vec{n}_L)\,dS}^{\,0}$$

$$\cancel{= -\rho\varphi\,\vec{v}_1 S_1 + \rho\varphi\,\vec{v}_2 S_2}$$

$$= \rho \vec{v}_1\, v_1 S_1 + \rho \vec{v}_2\, v_2 S_2 \qquad \text{où } \varphi = v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$\int_{\Sigma_c} \rho \vec{v}(\vec{v}.\vec{n})\,dS = \rho\varphi\,(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$

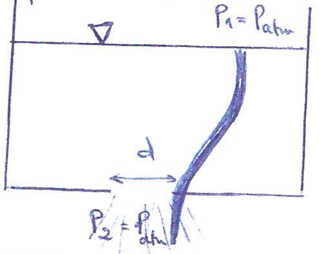
MF

Série 4

Exercice 3: Vidange d'un réservoir

1./ Th. de Bernouilli : la charge se conserve le long d'une ligne de courant.

1er cas
{ fluide parfait incompressible
{ éclt permanent



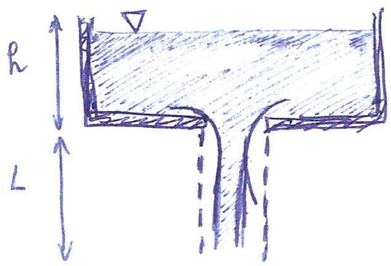
$\Rightarrow$ hyp. de Bernouilli : $H_1 = H_2$

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2$$

où $P_1 = P_{atm} = P_2$

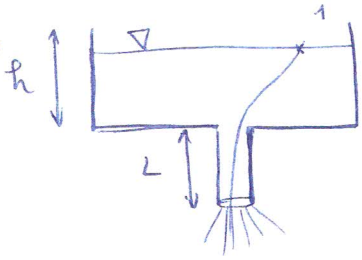
$\Rightarrow$ $v_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2) + v_1^2}$

$v_2 = \sqrt{2g\underbrace{(z_1-z_2)}_{=h}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{v_2 = \sqrt{2gh}}$ Toricelli



à cause du phénomène de contraction $v_1 << v_2$

2ème cas



{ fluide parfait incompressible
{ éclt parfait

Th. de Bernouilli

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2$$

$P_1 = P_2 = P_{atm}$

$v_1 << v_2$

$\Rightarrow$ $v_1 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)} = \sqrt{2g(h+l)}$

2./ La conservation du débit implique $v_2 S = v_{2'} S$

$\Rightarrow$ $v_2 = v_{2'} = \sqrt{2g(h+l)}$

3./ $Q_1 = v_2 S = \sqrt{2gh}\, S$

$Q_2 = v_{2'} S = \sqrt{2g(h+L)}\, S$

$Q_2 > Q_1$ donc le deuxième sys. est plus efficace ~~au niveau~~ qt à la vidange.

4./ Cavitation : formation de bulles de vapeur, sans élévation de la t° mais par une action mécanique.

$H_{2'} = H_2 \Leftrightarrow \frac{\cancel{v_{2'}^2}}{\cancel{2g}} + \frac{P_{2'}}{\rho g} + z_{2'} = \frac{\cancel{v_2^2}}{\cancel{2g}} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2$ (P_2 : P_{atm})

$P_2' = P_{atm} - \rho g(z_{2'} - z_2) = P_{atm} - \rho g L$

la cavitation apparait dès que $P_2' < P_{vap} \Leftrightarrow L \geq \frac{P_{atm} - P_{vap}}{\rho g} \simeq 9{,}955$ m

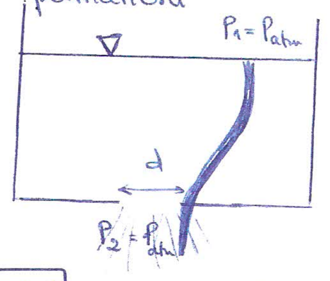
MF

Série 4

Exercice 3: Vidange d'un réservoir

1./ Th. de Bernouilli : la charge se conserve le long d'une ligne de courant.

1er cas { fluide parfait incompressible / éclt permanent



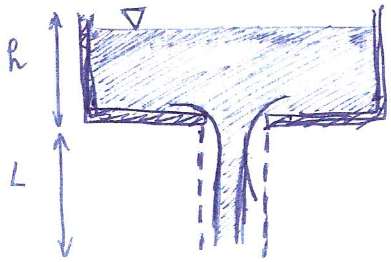
$\Rightarrow$ hyp. de Bernouilli : $H_1 = H_2$

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2$$

où $P_1 = P_{atm} = P_2$

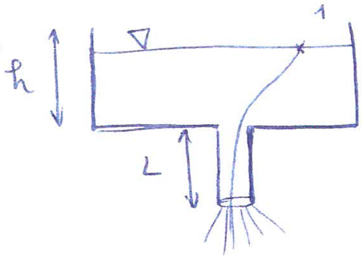
$\Rightarrow v_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2) + v_1^2}$

$v_2 = \sqrt{2g\underbrace{(z_1-z_2)}_{=h}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{v_2 = \sqrt{2gh}}$ Toricelli



à cause du phénomène de contraction $v_1 << v_2$

2ème cas



{ fluide parfait incompressible / éclt parfait

Th. de Bernouilli

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2$$

$P_1 = P_2 = P_{atm}$

$v_1 << v_2$

$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)} = \sqrt{2g(h+l)}$

2./ La conservation du débit implique $v_2 S = v_{2'} S$

$\Rightarrow v_2 = v_{2'} = \sqrt{2g(h+l)}$

3./ $Q_1 = v_2 S = \sqrt{2gh}\, S$

$Q_2 = v_{2'} S = \sqrt{2g(h+L)}\, S$

$Q_2 > Q_1$ donc le deuxième sys. est plus efficace ~~au niveau~~ qt à la vidange.

4./ Cavitation : formation de bulles de vapeur, sans élévation de la t° mais par une action mécanique.

$H_{2'} = H_2 \Leftrightarrow \cancel{\frac{v_{2'}^2}{2g}} + \frac{P_{2'}}{\rho g} + z_{2'} = \cancel{\frac{v_2^2}{2g}} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2$ (P_2 : P_{atm})

$P_{2'} = P_{atm} - \rho g(z_{2'} - z_2) = P_{atm} - \rho g L$

la cavitation apparait dès que $P_{2'} < P_{vap} \Leftrightarrow L \geq \frac{P_{atm} - P_{vap}}{\rho g} \simeq 9,955$ m

Dimentionnement d'un sys. d'arrosage

Série 4-2

$Q_i = 75\ ml/min = 75.10^{-3}\ l/min$

$Q_e = 4\ l/min$

On supp fluides parfaits : th. de Bernoulli $\xrightarrow{\text{entre A et B}}$ $H_A = H_B$

écl^t permanent

P_A ? diamètre D ?

$$\frac{v_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} + \cancel{z_A} = \frac{v_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho g} + \cancel{z_B}$$

$P_B = P_{atm}$

D'autre part la conservation de débit donne:

$$Q_e = v_A S_D = v_B S_{D_0}$$

$$\Rightarrow \quad v_A = \frac{Q_e}{S_D} = \frac{Q_e}{\frac{\pi D^2}{4}} = 4\frac{Q_e}{\pi D^2} = \frac{16}{\pi}\frac{1}{D^2}$$

$$v_B = \frac{Q_e}{S_{D_0}} = \frac{Q_e}{\frac{\pi D_0^2}{4}} = 4\frac{Q_e}{\pi D_0^2} = \frac{4\times 4}{\pi(2{,}5.10^{-3})^2} \simeq 0{,}815.10^{6}\ m.s^{-1}$$

$$\frac{\left(\frac{16}{\pi D^2}\right)^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} = \frac{0{,}815.10^6}{2g} + \frac{P_{atm}}{\rho g}$$

$$\frac{P_A}{\rho g} = \frac{1}{2g}\left(\frac{4Q_e}{\pi}\right)^2\left(\frac{1}{D_0^4} - \frac{1}{D^4}\right) \qquad (1)$$

Th de Bernoulli entre A' et C

$$\frac{v_{A'}^2}{2g} + \frac{P_{A'}}{\rho g} + z_{A'} = \cancel{\frac{v_C^2}{2g}} + \frac{P_C}{\rho g} + z_C$$

$v_C^2 \approx 0$, $P_C = P_{atm}$

$A' \cong A \Rightarrow P_{A'} \simeq P_A$ et $z_{A'} \simeq z_A$

$$v_{A'} = \frac{Q_i}{\frac{\pi d_i^2}{4}} = 4\frac{Q_i}{\pi d_i^2}$$

d'où

$$\frac{P_A}{\rho g} = \frac{P_{atm}}{\rho g} - \underbrace{(z_A - z_C)}_{L} - \frac{1}{2g}\frac{4Q_i^2}{\pi}\frac{1}{d_i^4} \qquad (2)$$

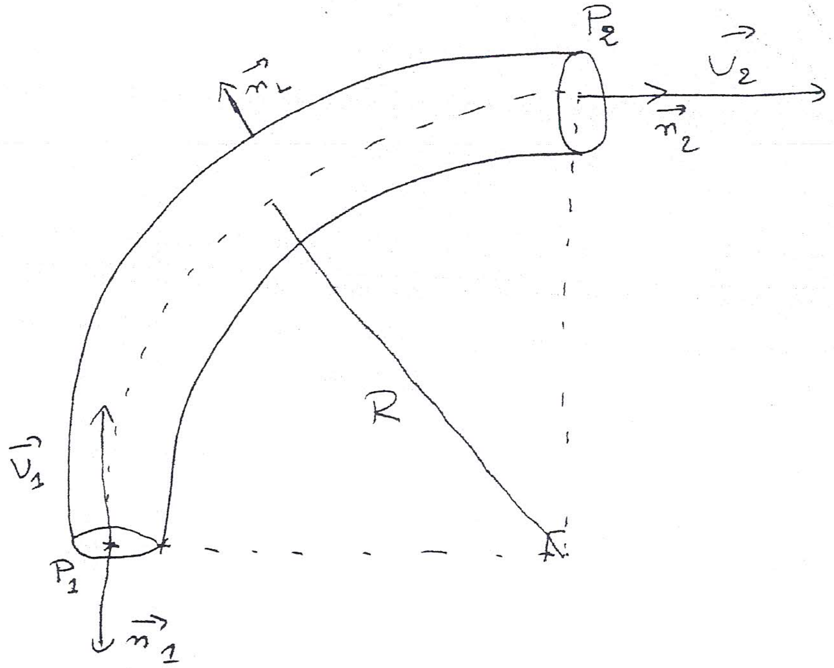
(1) = (2) $\Leftrightarrow$

$$\frac{1}{2g}\left(\frac{4Q_e}{\pi}\right)^2\left(\frac{1}{D_0^4} - \frac{1}{D^4}\right) = \frac{P_{atm}}{\rho g} - L - \frac{1}{2g}\frac{4Q_i^2}{\pi}\frac{1}{d_i^4}$$

$$\frac{1}{D^4} = \left(\frac{Q_i}{Q_e}\right)^2\frac{1}{d_i^4} + \left(g\frac{L}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2Q_e}\right)^2 \ \ldots \quad A$$

$$D = \sqrt[4]{\frac{1}{A}}$$

xercice 1 : L'action de l'écoult sur un coude



La surface du volume de contrôle :

$$\Sigma_c = S_1 + S_2 + S_L$$

Théorème d'Euler :

$$\underbrace{\int_{\Sigma_c} \rho \vec{V}(\vec{V}.\vec{n})\, dS}_{(I)} = \underbrace{\int_{D_c} \rho \vec{g}\, d\tau}_{(II)} - \underbrace{\int_{\Sigma_c} p \vec{n}\, dS}_{(III)} + \underbrace{\int_{\Sigma_c} \tau.\vec{n} dS}_{(IV)}$$

(I) $= \rho Q [\vec{V_2} - \vec{V_1}]$ (voir cours)

II) $= \rho \mathcal{V}_c \vec{g}$: le poids de l'eau ds D_c

III) $= -\int_{S_1} P_1 \vec{n}_1 \, dS - \int_{S_2} P_2 \vec{n}_2 \, dS - \int_{S_L} P \vec{n} \, dS$

$= -P_1 S \vec{n}_1 - P_2 S \vec{n}_2 - \int_{S_L} P \vec{n} \, dS$

$P_2 = ?$:

revenons au théorème de Bernouilli, le long de la ligne de courant représentée sur la figure:

$$\frac{\cancel{v_1^2}}{\cancel{2g}} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{\cancel{v_2^2}}{\cancel{2g}} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2$$

$$\Rightarrow \quad P_2 = P_1 + \underbrace{\rho g (z_1 - z_2)}$$

$= 0$ si la conduite est horizontale

$\ll P_1$ si la conduite est verticale.

$$\Rightarrow \quad P_2 \simeq P_1$$

$$(I) = \underbrace{\cancel{\int_{S_1} \mathcal{E} \cdot \vec{n}_1 \, dS'} + \cancel{\int_{S_2} \mathcal{E} \cdot \vec{n}_2 \, dS'}}_{=0 \text{ (cisaillement au niveau de la section d'entrée)}} + \int_{S_L} \mathcal{E} \cdot \vec{n} \, dS'$$

$$= \int_{S_L} \mathcal{E} \cdot \vec{n} \, dS' \qquad - \vec{F}_{Eclt \to conduite} = \vec{F}_{conduite \to Eclt}$$

Thé. d'Euler

$$\hookrightarrow \rho Q [\vec{V}_2 - \vec{V}_1] = \rho \mathcal{E} \vec{g} + \overbrace{\int_{S_L} \mathcal{E} \cdot \vec{n} \, dS' - \int_{S_L} P \cdot \vec{n} \, dS'}^{\vec{F}_{conduite \to Eclt}}$$

$$* - P_1 S_1 \vec{n}_1 - P_1 S_2 \vec{n}_2$$

$$\vec{F}_{Eclt \to conduite} = \overbrace{\rho \mathcal{E} \vec{g}}^{*} + \rho Q [\vec{V}_1 - \vec{V}_2] - P_1 S_1 \vec{n}_1$$

$$- P_1 S_2 \vec{n}_2 .$$

7. IV :

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = 7,85 \times 10^{-3} \, m^2$$

$$V = \frac{Q}{S} = 3,18 \, m/s.$$

$$\Rightarrow \vec{F} = -\left[7,144 \, \vec{n}_2 + 6,985 \, \vec{n}_1 \right] KN + \rho \mathcal{E} \vec{g}$$

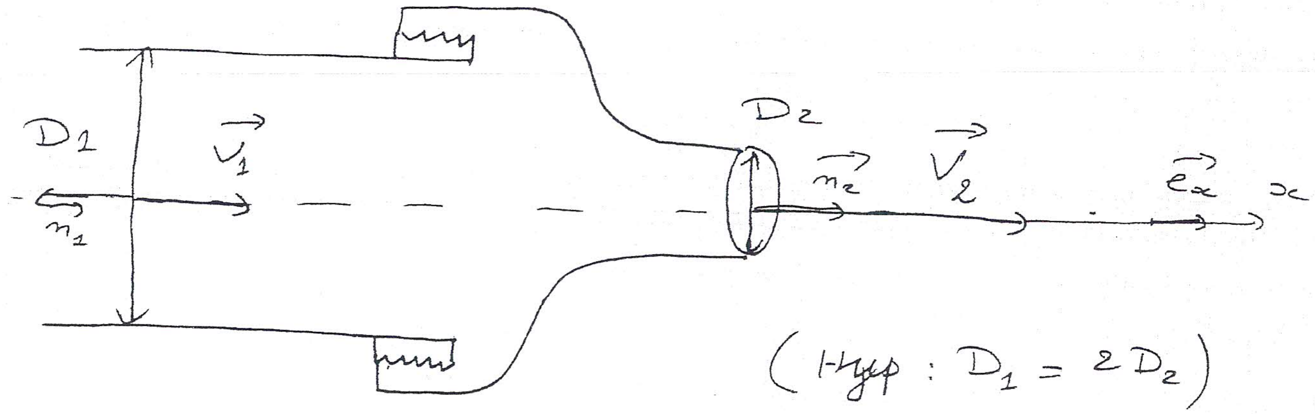
or : $\mathcal{E} = \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) \times \left(\frac{R\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2 R D^2}{8}$

$$\simeq \frac{31}{4} \times 10^{-3} \, m^3.$$

$\Rightarrow \| \rho \mathcal{E} \vec{g} \| \simeq 77 \, N << \| \vec{F} \| \rightarrow$ négligeable ds ce cas.

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = -\left[7,144 \, \vec{n}_2 + 6,985 \, \vec{n}_1 \right] KN}$$

Exercice 2 : Réaction d'une lance d'incendie



(Hyp : $D_1 = 2 D_2$)

- D'après le théorème ~~d'Euler~~ de Bernoulli

$\begin{cases} \text{fluide : Parfait + Incompressible} \\ \text{Ecl}^t \text{ : permanent} \end{cases}$

$P_2 = P_{atm}$

$$\Rightarrow \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + \cancel{z_1} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + \cancel{z_2}$$

conservation du débit $\Rightarrow V_1 S_1 = V_2 S_2 = \varphi$.

$$\Rightarrow V_1 = \frac{\varphi}{S_1} \quad ; \quad V_2 = \frac{\varphi}{S_2}.$$

$$\boxed{P_1 = P_{atm} + \left(\frac{1}{2}\rho\varphi^2\right)\left[\frac{S_1^2 - S_2^2}{(S_1 S_2)^2}\right]}$$

<u>A.N :</u>

$$S_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = 4\, S_2$$

$$S_2 = 7{,}068 \times 10^{-4}\ m^2 .$$

$$P_1 = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho Q^2 \left(\frac{15}{16}\right)\frac{1}{S_2^2} .$$

$$\boxed{P_1 = P_{atm} + 15{,}3 \text{ Bars}}$$

- On considère le volume de contrôle délimité par $\Sigma_c = S_1 + S_2 + S_L$.

è thé. d'Euler :

$$\underbrace{\int_{\Sigma_c} \rho \vec{V}(\vec{V}.\vec{n})\, dS}_{(I)} = \underbrace{\int_{D_c} \rho \vec{g}\, d\tau}_{(II)} + \underbrace{\int_{\Sigma_c} \tau . \vec{n}\, dS}_{(III)} - \underbrace{\int_{\Sigma_c} P \vec{n}\, dS}_{(IV)}$$

$$(I) = \rho Q \left[\vec{V}_2 - \vec{V}_1\right]$$

$$(II) = \rho \tau \vec{g} .$$

(7)

$$(\mathrm{II}) = \underbrace{\cancel{\int_{S_1} \tau \cdot \vec{n}_1 \, dS}}_{=0} + \underbrace{\cancel{\int_{S_2} \tau \cdot \vec{n}_2 \, dS}}_{=0} + \int_{S_L} \tau \cdot \vec{n} \, dS$$

$$(\mathrm{IV}) = -\int_{S_1} P_1 \vec{n}_1 \, dS - \int_{S_2} P_2 \vec{n}_2 \, dS - \int_{S_L} P \vec{n} \, dS$$

$$= -P_1 S_1 \vec{n}_1 - P_2 S_2 \vec{n}_2 - \int_{S_L} P \vec{n} \, dS$$

$\vec{F}_{vis \to embout}$ // $\vec{F}_{embout \to Eclt}$

$$\rho Q [\vec{V}_2 - \vec{V}_1] = \rho \tau \vec{g} + \overbrace{\int_{S_L} \tau \cdot \vec{n} \, dS - \int_{S_L} P \vec{n} \, dS}^{\vec{F}_{embout \to Eclt}}$$

$$- P_1 S_1 \vec{n}_1 - P_2 S_2 \vec{n}_2$$

$$\vec{F}_{vis \to embout} = \rho Q [\vec{V}_2 - \vec{V}_1] - \rho \tau \vec{g} + P_1 S_1 \vec{n}_1 + P_2 S_2 \vec{n}_2$$

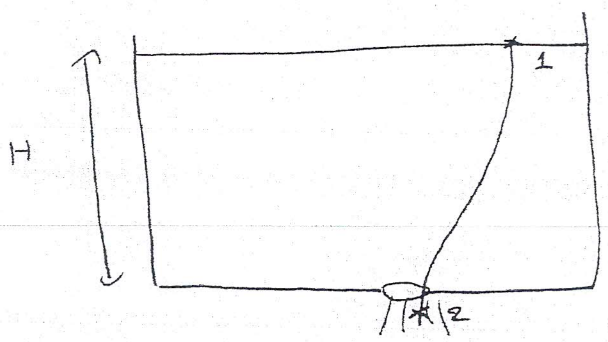
projetant sur $\vec{e}_x$:

$$F_{vis \to embout} = \rho Q [V_2 - V_1] - P_1 S_1 + P_2 S_2$$

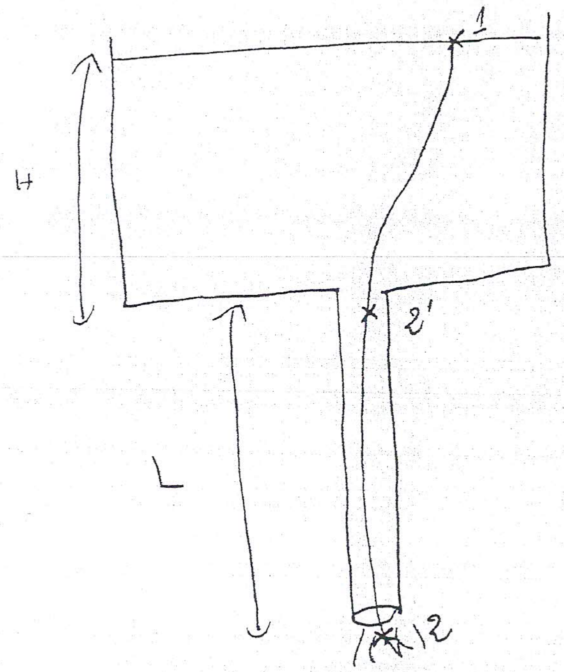
$$\boxed{F_{vis \to embout} = \rho Q^2 \left(\frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} \right) + \left(P_2 S_2 - P_1 S_1 \right)}$$

/ < 0 → c'est une force qui agit ds le sens contr.

Exercice 3 : Vidange d'un réservoir



- cas 1 -



- cas 2 -

- Cas 1 :

$\begin{cases} \text{fluide Parfait incompressible} \\ \text{Eclt permanent} \end{cases}$

$\Rightarrow$ D'après le théorème de Bernoulli :

$$\frac{\cancel{V_1^2}}{\cancel{2g}} + \frac{\overset{P_{atm}}{\cancel{P_1}}}{\cancel{\rho g}} + z_1 = \frac{V_2^2}{\cancel{2g}} + \frac{\overset{P_{atm}}{\cancel{P_2}}}{\rho g} + z_2$$

conservation du débit $\Rightarrow$ $V_2 s = V_1 S$

$$\Rightarrow \quad V_1 = V_2 \underbrace{\left(\frac{s}{S}\right)}_{<<1}$$

$$\Rightarrow \quad V_1 << V_2$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{V_2 = \sqrt{2gH}}$$

cas 2:

Thé. de Bernoulli → :

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2$$

$$\Rightarrow \quad V_2 = \sqrt{2g(H+L)}$$

conservation du débit : $\cancel{V_2 S_2}$

$$V_2 \, s = V_{2'} \, s .$$

$$\Rightarrow \quad V_{2'} = V_2 = \sqrt{2g(H+L)}$$

On déduit :

$$Q_{vidange\_cas\,1} = V_2 \, s = \sqrt{2gH} \; s .$$

$$Q_{vidange\_cas\,2} = V_2^{cas\,2} \, s = \sqrt{2g(H+L)} \; s .$$

$$Q_{vidange\_cas\,2} > Q_{vidange\_cas\,1}$$

Le deuxième système est plus efficace au niveau de la vidange.

- Bernoulli ds le cas 2' :

$\Rightarrow$

$$H_{2'} = H_2 .$$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{V_{2'}^2}{2g}} + \frac{P_{2'}}{\rho g} + z_{2'} = \cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + \frac{\overset{P_{atm}}{\overset{\downarrow}{P_2}}}{\rho g} + z_2$$

$$\Rightarrow P_{2'} = P_{atm} - \rho g L$$

La cavitation apparaît dès que $P_{2'} \leqslant P_{vapeur\ sat}$

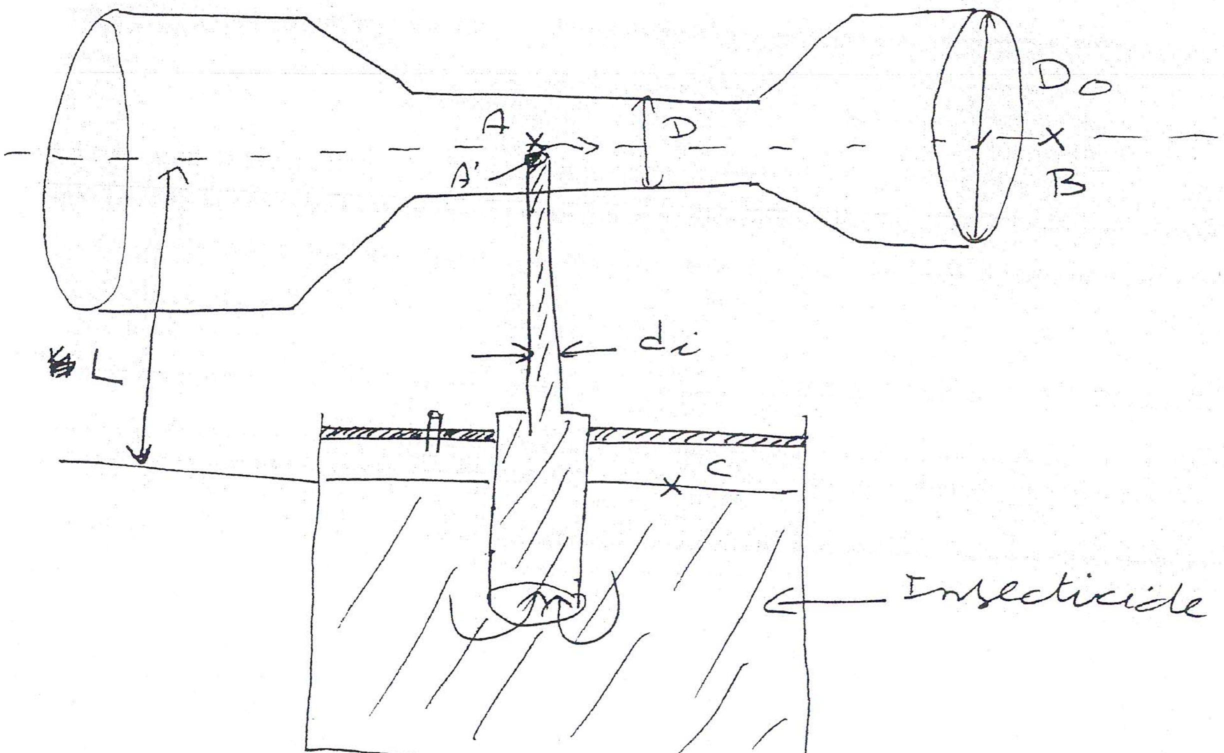
$$\Rightarrow P_{atm} - \rho g L \leqslant P_{vap\ sat.}$$

$$\Rightarrow \boxed{L \geqslant \frac{P_{atm} - P_{vap\ sat}}{\rho g}}$$

A.N :

$$L \geqslant \frac{10^5 - 2{,}34 \times 10^3}{10^3 \times 9{,}81} = 9{,}955 \text{ m} .$$

Exercice 2 : dimensionnement d'un système d'arrosage



Les fluides sont supposés parfaits.

Le Thé. de Bernoulli entre A et B ⇒ :

$$\frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} + z_A = \frac{V_B^2}{2g} + \frac{\overset{P_{atm}}{\downarrow}}{} \frac{P_B}{\rho g} + z_B$$

D'autre part, la conservation du débit :

$$\Rightarrow \quad V_B = \frac{Q_e}{\left(\frac{\pi D_o^2}{4}\right)} = \left(\frac{4}{\pi D_o^2}\right) Q_e$$

et

$$V_A = \frac{Q_e}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)} = \left(\frac{4}{\pi D^2}\right) Q_e$$

$$\Rightarrow \quad (I) \quad \boxed{\frac{P_A}{\rho g} = \frac{P_{atm}}{\rho g} + \frac{1}{2g}\left(\frac{4Q_e}{\pi}\right)^2 \left[\frac{1}{D_0^4} - \frac{1}{D^4}\right]}$$

+ Le thé. de Bernoulli appliqué à l'écoult de l'insecticide entre A' et C.

$$\Rightarrow \quad \frac{V_{A'}^2}{2g} + \frac{P_{A'}}{\rho g} + z_{A'} = \cancel{\frac{V_c^2}{2g}} + \frac{\overset{P_{atm}}{\downarrow}}{}\frac{P_c}{\rho g} + z_c$$

A' est un pt très voisin de A

$$\Rightarrow \quad P_{A'} = P_A \text{ et } z_{A'} = z_A$$

$$\text{avec} \quad V_{A'} = \frac{Q_i}{s_i} = \frac{Q_i}{\left(\frac{\pi d_i^2}{4}\right)} = \frac{4Q_i}{\pi} \frac{1}{d_i^2}.$$

$$\Rightarrow \quad (II) \quad \boxed{\frac{P_A}{\rho g} = \frac{P_{atm}}{\rho g} - L - \frac{1}{2g}\left(\frac{4Q_i}{\pi}\right)^2 \frac{1}{d_i^4}}$$

I et (II) $\Rightarrow$

$$\frac{1}{2g}\left(\frac{4Q_e}{\pi}\right)^2 \left[\frac{1}{D^4} - \frac{1}{D_0^4}\right] = L + \frac{1}{2g}\left(\frac{4Q_i}{\pi}\right)^2 \frac{1}{d_i^4}.$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{D^4} = \left(\frac{Q_i}{Q_e}\right)^2 \frac{1}{d_i^4} + \left(g\frac{L}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2Q_e}\right)^2$$