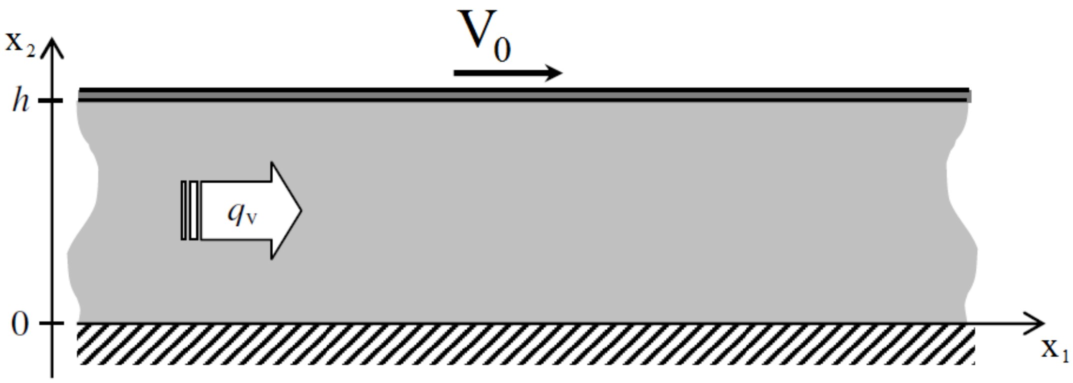
SERIE 3

Exercice 1 : Ecoulement d'un fluide visqueux entre deux plans parallèles

On considère l'écoulement d'un fluide réel incompressible, de masse volumique ρ et de viscosité cinématique ν, entre deux plaques planes parallèles et distantes d'une épaisseur h (voir figure). La plaque supérieure est susceptible d'être animée d'une vitesse de translation V_0 par rapport à la plaque inférieure.



L'écoulement est supposé permanent, bidimensionnel dans le plan (x_1 x_2) et parallèle. On considère également que le fluide est non pesant.

1. Ecrire le système d'équations de Navier-Stockes décrivant cet écoulement.
2. Montrer que l'écoulement est établi (invariant par translation) dans la direction x_1.
3. Déterminer le champ de vitesse dans le milieu fluide et représenter schématiquement dans les deux cas suivants :

   a) $\dfrac{dp}{dx_1} = 0$ et $V_0 \neq 0$

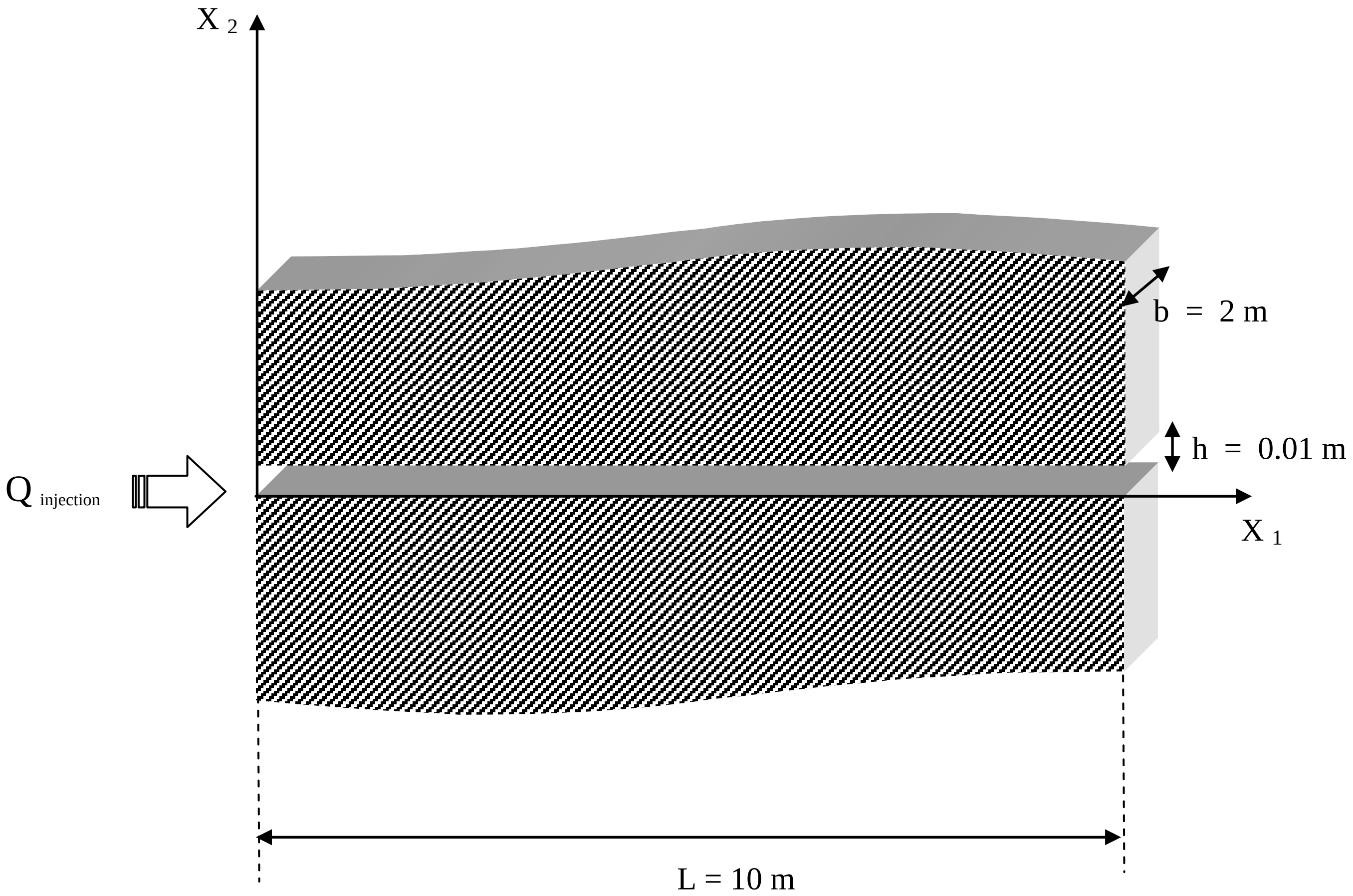
   b) $\dfrac{dp}{dx_1} = -\Gamma < 0$ et $V_0 = 0$

4. Déterminer également le champ de vitesse dans le milieu fluide et représenter schématiquement dans les deux cas suivants

   a) $\dfrac{dp}{dx_1} = -\Gamma < 0$ et $V_0 > 0$

   b) $\dfrac{dp}{dx_1} = -\Gamma < 0$ et $V_0 < 0$

5. Calculer le débit du fluide par unité de largeur et la vitesse moyenne de l'écoulement dans chaque cas
6. On désire remplir une fissure géologique à l'aide d'un coulis de béton injecté sous pression. La fissure est assimilée à un jeu (entre deux surfaces planes définies par deux massifs rocheux) d'épaisseur $h = 1\,cm$ comme le montre la figure suivante.

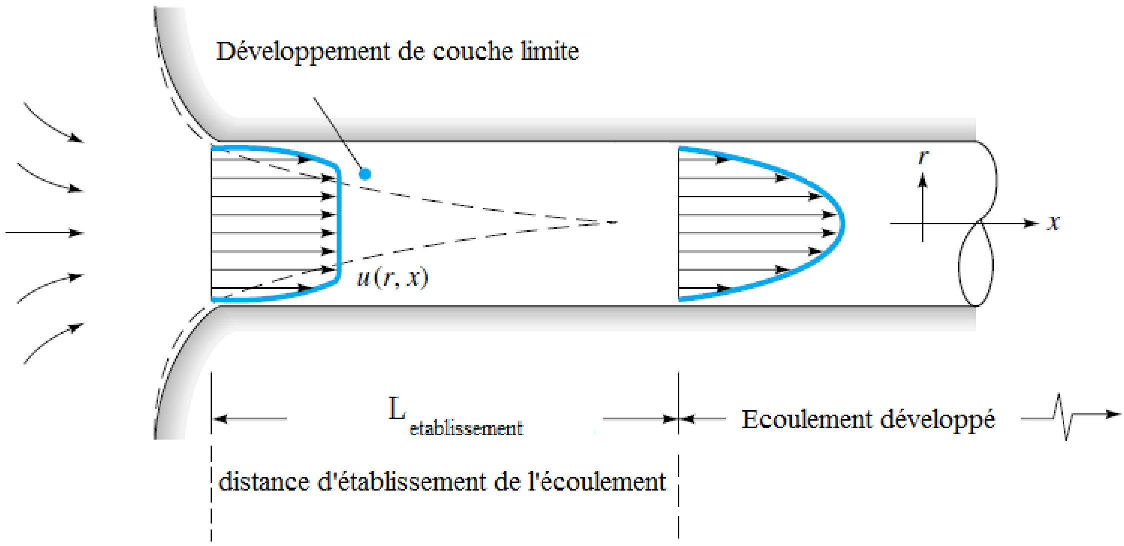


La fissure est considérée horizontale, de longueur L = 10 m et de largeur b = 2 m. Elle débouche sur l'air atmosphérique. Le coulis de béton est supposé un fluide newtonien de masse volumique $\rho_{beton} = 2400 \quad kg/m^3$ et de viscosité dynamique $\mu = 0.1$ Poiseuil. L'écoulement est supposé à la même structure que celui établi entre deux plaques planes et étudié dans 3. a.

Calculer la pression d'injection nécessaire pour assurer un débit de remplissage $Q_{injection} = 0.1 \; m^3 s^{-1}$.

Exercice 2 : Ecoulement laminaire d'un fluide visqueux dans une conduite cylindrique

On considère l'écoulement d'un fluide réel incompressible, de masse volumique ρ et de viscosité cinématique ν, dans une conduite cylindrique de rayon R. l'écoulement de ce fluide est supposé permanent, axisymétrique (indépendant de θ) et laminaire qui s'établit à partir d'une certaine distance $L_{\text{établissement}}$. Le profil transversal de la vitesse du fluide devient dans la zone avale d'établissement invariant par déplacement longitudinal.



A – <u>Conduite horizontale :</u>

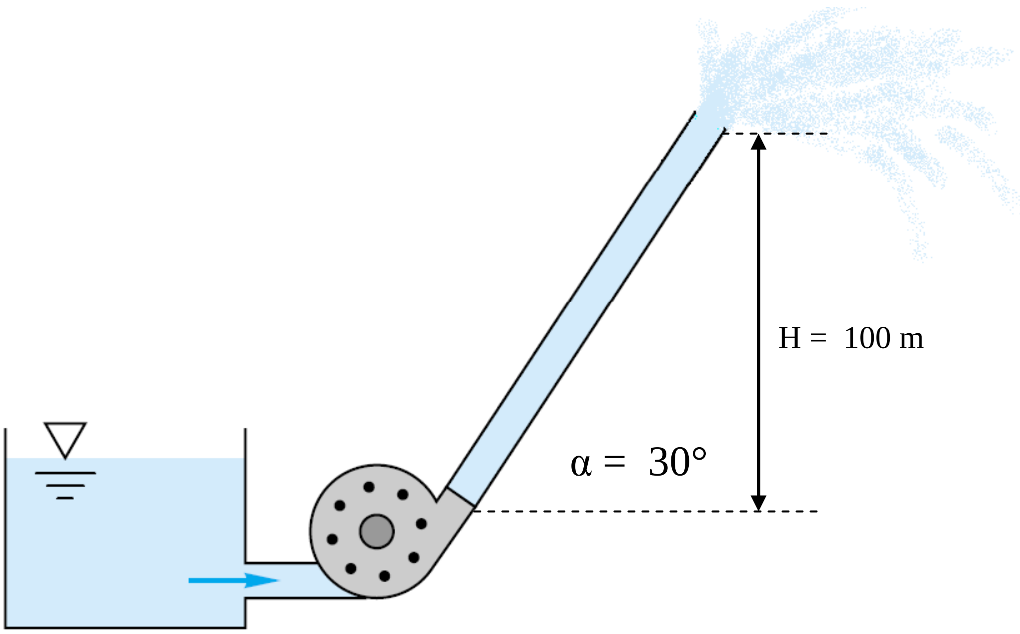
1. Montrer que l'écoulement établi est parallèle
2. Ecrire le système de Navier-Stockes décrivant cet écoulement dans la zone d'établissement.
3. Sachant que le gradient longitudinal de la pression $\frac{\partial p}{\partial x}$ reste constant dans cette zone, déterminer le champ de la vitesse. Préciser où est située la vitesse maximale, en déduire une description schématique du mouvement des particules fluides dans cet écoulement dans une conduite cylindrique en régime laminaire.
4. Calculer le débit de l'écoulement ainsi que la vitesse moyenne.
5. Calculer le tenseur des taux de cisaillement à la paroi

A – <u>Conduite inclinée ascendante :</u>

La conduite cylindrique est supposée maintenant inclinée d'un angle α, ascendante et déversant en réalisant un jet dans l'air atmosphérique.

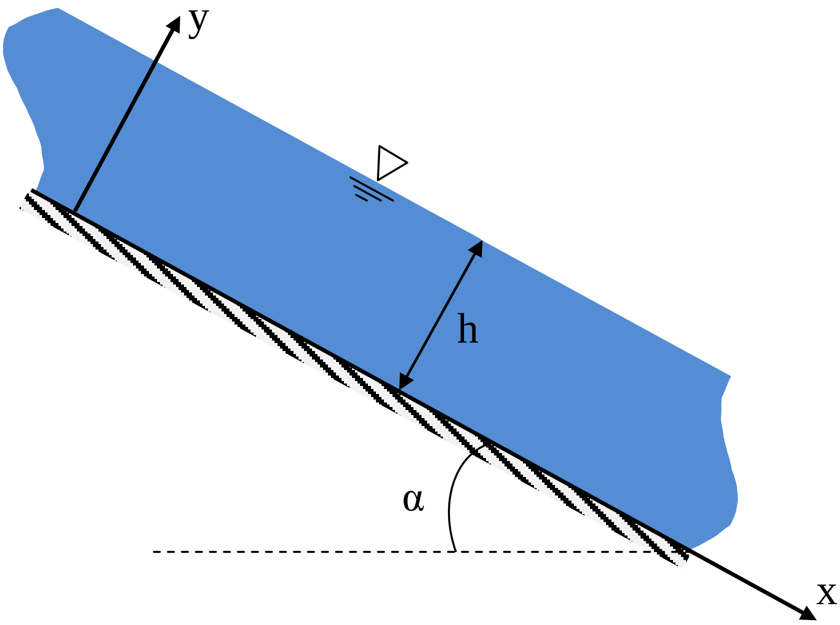
1. Ecrie les équations de Navier-Stockes dans ce cas.
2. Déterminer le gradient longitudinal minimal de la pression qui permet de maintenir un écoulement ascendant.
3. On suppose que la conduite est inclinée d'un angle $\alpha = 30°$. Elle transfert un fluide visqueux en écoulement en régime supposée laminaire à une hauteur. Pour se faire elle est montée à son entrée à une pompe comme le montre la figure suivante. Le fluide sera par la suite déversé à l'air atmosphérique.

   En adoptant l'approximation que le profil de vitesse de l'écoulement déterminé en zone d'établissement reste valable dans toute la conduite, déterminer la pression nécessaire que doit développer la pompe à l'entrée de la conduite pour pomper un débit $Q = 0.2\ m^3 s^{-1}$.



Exercice 3 : Ecoulement laminaire à surface libre d'un fluide visqueux sur un plan incliné

On considère l'écoulement à surface libre sur un plan incliné d'un fluide réel incompressible de masse volumique ρ et de viscosité cinématique ν. Cet écoulement est supposé laminaire, permanent, bidimensionnel dans le plan (x y) comme le montre la figure suivante et établi. Il garde profondeur constante h.



1. Ecrire le système de Navier-Stockes décrivant cet écoulement avec les conditions aux limites qui lui sont imposées
2. En déduire le champ de vitesse de cet écoulement.
3. Calculer à une profondeur h la vitesse à la surface libre ainsi que le débit par unité de largeur
4. Calculer la densité surfacique du frottement exercé par le radier sur cet écoulement